

# Le competenze nell'ambito della matematica

Silvia Sbaragli

NRD Bologna – DFA, SUPSI, Locarno, Svizzera

**Publicato in:** Sbaragli S. (2011). Le competenze nell'ambito della matematica. *Difficoltà in matematica*. 7/2, 143-156.

*Il presente articolo è il secondo di una serie di tre contributi, che saranno pubblicati nei tre numeri consecutivi di questa rivista, tutti dedicati al concetto di competenza, ma da tre diversi punti di vista: quello della Didattica generale, della Didattica della matematica e della Psicologia dello sviluppo. Pur essendo elaborati autonomamente da studiosi di uno specifico settore – rispettivamente, Berta Martini per la Didattica generale, Silvia Sbaragli per la Didattica della matematica, Daniela Lucangeli e Irene Mammarella per la Psicologia dello sviluppo – essi partecipano unitariamente al tentativo di una lettura “incrociata” della competenza, al fine di individuare uno spazio di concettualizzazione compatibile con le letture scientifico-disciplinari ed efficace ai fini della progettazione del curriculum scolastico e dei dispositivi di insegnamento.*

## 1. Le parole chiave della competenza

Consideriamo la *competenza* come un sistema coordinato di *conoscenze* e *abilità* che sono mobilitate dal soggetto in relazione ad uno scopo (un compito, un insieme di compiti o un'azione) che lo interessano e che favoriscono buone *disposizioni interne* motivazionali e affettive (Pellerey, 2003) e analizziamo i diversi aspetti che incidono in tale scelta.

Le *conoscenze* sono collegate al *sapere* e sono per lo più di natura dichiarativa. Esse comprendono i fatti e le idee acquisite dal soggetto in modo autonomo attraverso lo studio, la ricerca o l'esperienza. Una conoscenza rappresenta una rielaborazione di uno o più contenuti.

Volendo distinguere in modo più puntuale i *saperi* dalle *conoscenze*:

«• per *saperi* si intendono i dati, i concetti, le procedure, i metodi che esistono al di fuori di ogni soggetto che conosce e che sono generalmente codificati in opere di riferimento, manuali, enciclopedie, dizionari;

• le *conoscenze* sono indissociabili da un soggetto conoscente; non esiste cioè una conoscenza a-personale; una persona che interiorizza un sapere *prendendone coscienza*, trasforma questo sapere in conoscenza» (D'Amore, Fandiño Pinilla, Marazzani, Santi, Sbaragli, 2009).

Le *abilità* sono invece di solito associate al *saper fare* o, in psicologia, a conoscenze di tipo procedurale.

Dal punto di vista della didattica della matematica, il *saper fare* senza il *sapere* non ha un grande significato, perché è privo della componente fondamentale del sapere, che è applicativa e costruttiva. Così, viceversa, il sapere senza saper fare è vuoto e sterile.

Non è quindi possibile separare il sapere dal saper fare, non essendoci mai solo un concetto, ma anche il suo aspetto procedurale, per questo in matematica tendiamo a parlare direttamente di *sapere*, conglobando entrambi gli aspetti come un tutt'uno (Fandiño Pinilla, 2008).

Inoltre, se si parla di apprendimento consapevole legato all'idea di *competenza* nell'ambito della matematica, il *sapere* o le *conoscenze* da sole, astratte dal loro contesto d'uso, non assumono grande rilevanza; sembra assolutamente necessario saper usare in contesti opportuni il concetto costruito, dato che l'obiettivo educativo che ci si pone è conoscere e comprendere la matematica, far sì che gli allievi la apprezzino e siano capaci di applicarla nella propria vita quotidiana e professionale. Ciò è in linea con la scelta filosofica *pragmatista* (D'Amore, 2003a) dove l'insieme degli *usi* personali e soggettivi che caratterizzano le pragmatiche umane determinano il significato degli oggetti.

Infine, le *disposizioni interne* sono di solito assimilate all'espressione *saper essere*. Si riferiscono a caratteristiche personali di tipo motivazionale o sociale, a volontà, emozioni, fatti affettivi e sono relative a sistemi di concezioni e valori che orientano e sostengono il soggetto ad operare in un certo modo. Nella costruzione di competenza si pone quindi al centro il soggetto stesso e la sua "intenzione" di impegnarsi a decontestualizzare e ricontestualizzare le sue conoscenze e le sue abilità (Pellerey, 2006). Come sostiene Martini (2007): «Rinviare ad una presa di coscienza significa, dunque, concettualmente, allargare il problema dello sviluppo di competenze a processi di riflessione e decisionali sostenuti dalla elaborazione di un'intenzione soggettiva, ossia di un impegno consapevole ed esplicito a riadattare le proprie risorse e a coordinarle fra loro». Da questo punto di vista si comprende l'importanza che viene data nel discorso didattico contemporaneo alla *metacognizione*.

In particolare, in didattica della matematica si è puntato molto su questi aspetti, mettendo in evidenza il ruolo dell'insegnante nell'aiutare l'allievo a crescere anche nel gusto ad implicarsi personalmente, a prendere decisioni, a autodirigersi e autoregolarsi. Queste diverse componenti delle competenze possono essere rilette nella seguente definizione che D'Amore (2000) fornisce di tale termine:

«Competenza è concetto complesso e dinamico:

• complesso: si tratta dell'insieme di due componenti:

- uso (esogeno)
- padronanza (endogena)

anche elaborativi, interpretativi e creativi, di conoscenze che collegano contenuti diversi

• dinamico: l'uso e la padronanza non sono l'unica espressione della competenza; la competenza racchiude in sé *come oggetto* non solo le conoscenze chiamate in causa, ma fattori metaconoscitivi: l'accettazione dello stimolo a farne uso, il desiderio di farlo, il desiderio di completare le conoscenze che si rivelassero, alla prova dei fatti, insufficienti e dunque lo stesso desiderio di aumentare la propria competenza».

La competenza va dunque ascritta all'allievo e non all'insegnante essendo relativa alla fase di apprendimento e non alla fase di insegnamento.

## 2. Le situazioni didattiche e a-didattiche

In base a quanto abbiamo affermato, il concetto di competenza implica il coordinamento di risorse interne (conoscenze, abilità e disposizioni interne come intenzioni, potenzialità e volizione del soggetto che apprende) che devono essere mobilitate e sollecitate a partire da un compito che ne richieda l'utilizzazione.

Per favorire questo processo, pur essendo la competenza legata all'allievo, occorre ridefinire l'azione didattica sulla *trasposizione didattica* e l'*ingegneria didattica* strutturando situazioni dove l'allievo partecipi in prima persona costruendo attivamente il proprio sapere e interpretando l'esperienza vissuta.

Eppure didatticamente spesso assistiamo alla proposta di situazioni che, sebbene vengano progettate per lo sviluppo di competenze, consistono in tipologie di compiti che, di fatto, non richiedono quella mobilitazione di risorse interne (cognitive, motivazionali e affettive) caratteristica del comportamento competente. L'insegnante tende cioè a impostare *situazioni didattiche* (Brousseau, 1986; D'Amore, 1999a), ossia situazioni che l'insegnante propone ai propri allievi in modo esplicito, intervenendo attivamente nel loro processo di apprendimento, dichiarando quello che vuole ottenere, spiegando ogni dettaglio, dichiarando che cosa si deve fare, dire, come devono risolvere, che cosa devono scrivere, che cosa lui si aspetta che essi dicano o facciano... In questo tipo di situazioni l'insegnante si sostituisce allo studente, rendendo vincente il *contratto didattico*: l'allievo non è così impegnato a imparare la matematica, ma a imparare quali sono le attese dell'insegnante, esplicite ma soprattutto implicite.

Eppure, c'è una vera costruzione di apprendimento concettuale e quindi di costruzione di competenza, solo se si è coinvolti responsabilmente in tale costruzione e se si percepisce un gusto all'apprendimento: questo può avvenire solo se quel che si offre come contenuto di riflessione, di scoperta, di sistemazione, è confacente al bisogno di chi apprende.

Ciò è quindi in linea con l'idea di *situazioni a-didattiche* (Brousseau, 1986), ossia situazioni che vengono proposte dall'insegnante in modo indiretto, anzi, se è possibile, non vengono proposte affatto, ma fa in modo che sia necessario entrarvi. L'insegnante ha una funzione di regista e non di mediatore, si limita ad osservare, indirizzare, dirigere la discussione, affidando così agli allievi la gestione della situazione. Gli studenti sanno che lo scopo dell'attività è di apprendimento di qualche cosa, ma non sanno quale sia il sapere in gioco; sta quindi agli allievi accettare la responsabilità della situazione proposta, impegnarsi, discutere, scoprire, progettare, risolvere, validare e socializzare le proprie scoperte. Quando si giunge ad una conoscenza condivisa, l'insegnante cessa di avere una pura funzione di regista, riacquistando la funzione di insegnante tramite l'istituzionalizzazione del sapere raggiunto, riconoscendogli uno status teorico ufficiale di spendibilità, dandogli il nome con il quale la società lo riconosce. In questo tipo di situazione, il *contratto didattico* non ha un ruolo importante come nelle precedenti situazioni, dato che l'insegnante non dichiara preliminarmente che cosa vuole ottenere dagli allievi ma affida la costruzione della conoscenza alla loro stessa responsabilità.

Confrontando le situazioni a-didattiche con quelle didattiche si deduce che l'atteggiamento d'aula e l'impegno richiesti allo studente sono ben diversi: nella situazione a-didattica si chiede all'allievo di attivarsi, mentre nella situazione didattica si chiede all'allievo di riprodurre ciò che ha detto l'insegnante; c'è chi li definisce due mestieri di allievo diversi.

Da queste considerazioni possiamo osservare che:

- nella situazione didattica lo studente non impara la matematica ma a soddisfare quelle che crede essere le aspettative del docente;
- quello che si riesce a mettere sotto forma di situazione a-didattica risulta vincente nell'apprendimento; pur essendo una situazione di apprendimento genericamente più lenta, permette un *apprendimento concettuale*; è attraverso la costruzione di situazioni a-didattiche in aula che si arriva ad una vera e propria *competenza*, capace anche di *transfer cognitivo*.

Tale situazione richiede allo studente di *osare*, mettendo in gioco le proprie convinzioni. Questa idea dell'apprendimento come rischio personale, come impegno, come implicazione diretta dell'allievo è un po' il cardine attorno al quale ruota l'idea di competenza, e che si manifesta con la rottura (voluta) del contratto: «La necessità di questa rottura potrebbe essere riassunta dal seguente aforisma: *Credimi*, dice il maestro all'allievo, *osa utilizzare il tuo proprio sapere e imparerai*» (Sarrazy, 1995, nella trad. it. a p. 147).

Le situazioni a-didattiche, per essere base propulsiva della costruzione di competenze, devono rispondere ai requisiti di interesse, accettazione, curiosità. Con questa impostazione didattica la *valutazione* deve avere ampio respiro, sia nei confronti dell'azione dell'allievo che dell'insegnante e deve essere determinata da un'ampia gamma di elementi che favoriscano un *processo di analisi dell'aula* (Fandiño Pinilla, 2002).

Tuttavia, la situazione didattica è sicuramente la più presente nelle aule scolastiche dato che la situazione a-didattica richiede un certo coraggio, una grande professionalità, molta pazienza e capacità di osservazione. La realizzazione di questo tipo di situazioni fa sì che la gestione della classe e del tempo sia costosa, per cui l'insegnante tende a sostituirle con evocazioni o con pratiche ostensive.

Da questo punto di vista è possibile fare un significativo esempio: in classe si tende a lavorare per esercizi più che per problemi. Gli esercizi sono caratterizzati dal fatto che la loro risoluzione richiede solo l'uso di regole già apprese e, semmai, in via di consolidamento; quindi rientrano nella categoria: rafforzamento o verifica, mentre i problemi coinvolgono o l'uso contemporaneo di più regole o la successione di azioni la cui scelta è atto strategico, creativo, dell'allievo stesso (D'Amore, 2003b).

Per quanto l'applicazione di regole (norme, esperienze, ...) precedenti sia importante, è bene notare che il processo risolutivo di un problema (non di un esercizio) genera anche un nuovo apprendimento. Ecco perché si usa dire che l'esercizio si svolge nella "zona effettiva" di Vygotskij, mentre il problema si svolge nella "zona prossimale" (D'Amore, 2003b, da pag. 34 a 40).

In prima istanza chi risolve un problema tenta di applicare regole (norme, esperienze, ...) o procedimenti precedentemente applicati, ma se la situazione problematica è opportuna, lo studente potrebbe non trovare una situazione analoga o identica ad una precedente. Egli potrebbe trovare una particolare combinazione di regole del tutto nuova che arricchirà il campo di esperienze a cui far ricorso in futuro.

In classe sono molte le occasioni nelle quali la proposta di situazioni problematiche (che sono tali se sono sufficientemente nuove e sfidanti), si riduce alla richiesta di esecuzione di una certa tipologia di esercizi (cioè di compiti noti, ai quali associare la procedura risolutiva corrispondente), compromettendo, in questo modo, la possibilità di coltivare quelle abitudini mentali delle quali è costituita la competenza. Va però sottolineato, che la proposta di esercizi o di compiti di tipo riproduttivo è tanto legittima quanto

auspicabile, a patto, però, di finalizzarla consapevolmente all'apprendimento di conoscenze o abilità procedurali, piuttosto che allo sviluppo di competenze.

La proposta di situazioni a-didattiche è spesso collegata a situazioni problematiche prese dalla realtà che rispondono a problemi sentiti dall'allievo e che favoriscono la costruzione di competenza; occorre quindi una buona scelta di tali situazioni perché se i contenuti dell'insegnamento sono o troppo distanti dalle necessità problematiche dell'apprendente o troppo banali il processo rischia di non funzionare. Tali proposte devono sollecitare nell'allievo interesse, volizione, gusto, desiderio, ... non solo di far uso delle conoscenze possedute, ma anche di completare e indagare le conoscenze che si rilevano insufficienti nel corso del loro uso per raggiungere uno scopo che travalica il mondo della scuola e va verso la vita quotidiana come cittadino: «Una delle maggiori difficoltà del rapporto insegnamento/apprendimento consiste in questo: l'insegnante dovrebbe convincere l'allievo e sé stesso che quel che si apprende, lo si apprende per la vita e non per il breve spazio di tempo legato ad una prova, ad una verifica, ad una qualche forma di valutazione» (D'Amore, 1999b).

La *teoria delle situazioni didattiche* proposta da Brousseau (1986), in cui rientra la distinzione tra situazioni didattiche e a-didattiche, costituisce dal nostro punto di vista, una teoria in sintonia con i presupposti epistemologici e cognitivi espressi in questo articolo. Tale teoria va collocata all'interno di una scelta *pragmatista*, già citata in precedenza, che caratterizza oggi la scelta più diffusa della didattica della matematica, dove la competenza si conquista attraverso il ricorso a diverse situazioni ben pensate e strutturate, in cui è la pragmatica d'uso che determina la creazione personale di competenza da parte dell'allievo. Tutto ciò è legato ad una visione *antropologica* in cui è centrale la *persona* (o l'istituzione, come insieme di persone) che si mette in relazione con l'oggetto matematico che si vuole conoscere e non l'oggetto in sé (Chevallard, 1992).

### 3. La scelta dei contenuti

Quando si parla del processo di insegnamento-apprendimento, e in particolare di competenza, non si può prescindere dal considerare una disciplina: «Il "luogo culturale" nel quale ha fondamento la costruzione di una competenza è la disciplina: tale costruzione è il risultato dell'azione didattico-educativa dell'insegnante, il quale deve necessariamente fondare ogni conoscenza e dunque lo stimolo alla competenza all'interno di un sistema disciplinare» (D'Amore, 2000).

In matematica, per poter favorire processi che consentano il raggiungimento di competenze da parte degli allievi, è necessario tener conto delle diverse funzioni specifiche dell'apprendimento di questa disciplina.

L'apprendimento della matematica infatti, forse più di altri, si presenta come un fattore multiplo, ricco di diversi aspetti e che necessita per favorire competenza di un'ottimale combinazione di apprendimenti specifici e distinti. Come sostiene Fandiño Pinilla (2008): «In matematica, infatti, non basta aver *costruito* un concetto, ma occorre saperlo *usare* per effettuare calcoli o dare risposta ad esercizi, combinarlo con altri e con strategie opportune per *risolvere* problemi, occorre saper *spiegare* a sé stessi ed agli altri il concetto costruito e la strategia seguita, occorre saper far uso sapiente delle trasformazioni semiotiche che permettono di *passare* da una rappresentazione ad un'altra».

Infatti, il risultato positivo nell'apprendimento si raggiunge solo grazie ad un insieme olistico di componenti di cui l'insegnante deve tener conto per far sì che una componente non prenda il sopravvento sulle altre. Pensiamo ad esempio all'enfasi che un tempo si poneva sul *far di conto* puntando l'insegnamento solo su abilità e non su un ventaglio più ampio di aspetti che favoriscono un vero sviluppo di competenze.

La disciplina rappresenta quindi per l'insegnante la fonte di contenuti che vengono inizialmente elaborati in conoscenze e poi in competenze e che, per essere tali e avere una reale funzione educativa, dovranno in seguito travalicare la disciplina stessa. Come sostiene D'Amore (2000): «(Le competenze) non possono ridursi ad una sola disciplina; esse suppongono e creano delle connessioni tra conoscenze e suggeriscono nuovi usi e nuove padronanze, il che significa che "le competenze generano competenze"».

La scelta dei contenuti da proporre, deve vertere sull'obiettivo di sviluppare negli allievi quelle competenze di base indispensabili per una formazione culturale del cittadino che rispondono alle necessità etiche e sociali riconosciute e condivise come: porsi e risolvere problemi, progettare e costruire modelli di situazioni reali, esprimere adeguatamente informazioni, intuire e immaginare, creare collegamenti tra conoscenze diverse, ...

Non è necessario affrontare tutti gli argomenti nuovi attraverso la costruzione di situazioni a-didattiche, ma è bene, in fase di progettazione e programmazione, individuare a priori argomenti chiave della disciplina che si vogliono far costruire agli allievi. Almeno quelli dovrebbero essere costruiti attraverso situazioni a-didattiche.

L'idea è di fornire dei contenuti spendibili fuori dal mondo della scuola, nella vita quotidiana, da "cittadini" più che da "studenti" (Arzarello, Robutti, 2002): «Le competenze devono costituire un bagaglio (non tanto di nozioni, quanto delle abilità di risolvere situazioni problematiche, sapendo scegliere risorse, strategie e ragionamenti) per il cittadino»; si tratta quindi di individuare degli importanti contenuti che costituiscono il cuore fondante, il nucleo attorno al quale ruotano altri contenuti. Occorre quindi vagliare con cura quelli che sono detti "nuclei fondanti" o "nodi concettuali": «Per nucleo fondante di una data disciplina potremmo intendere dei contenuti-chiave per la struttura stessa della disciplina, non tanto sul piano meramente didattico, quanto sul piano fondazionale, epistemologico» (D'Amore, 2000; D'Amore, Godino, Arrigo, Fandiño Pinilla, 2003) che dovranno sollecitare anche un certo interesse negli allievi. Avvenuta la scelta dei contenuti fondanti specifica della trasposizione didattica occorre passare all'azione didattica: «Si tratta di elaborare strategie didattiche nelle quali lo studente viene non attirato a prendere in esame catene di contenuti, ma a partecipare alla costruzione della sua propria competenza a partire da concetti scelti in modo tale da costituire interesse di per sé e sviluppi che coinvolgono ed amalgamano altri contenuti ritenuti chiave nello sviluppo della disciplina» (D'Amore, 2000).

Per riuscire ad individuare al meglio tali nuclei occorrono solidi strumenti nella storia e nell'epistemologia della disciplina. Come sostengono D'Amore e Fandiño Pinilla (2009a): «La didattica della matematica senza relazioni con la epistemologia e la storia è come uno strumento agile e potente che nessuno sa usare a pieno; la epistemologia e la storia sono mezzi culturali forti, astratti e profondi che la didattica della matematica rende concreti ed utili al progresso dell'umanità, alla costruzione di competenze, alla consapevolezza del proprio sapere». Ma oltre a tali strumenti ne occorrono anche altri nella ricerca psicopedagogia e didattica: «I nuclei fondanti possono definirsi tali quando assumono un *esplicito valore formativo* rispetto alle competenze di cui sono i supporti.

Per poterli individuare, non possiamo rimanere solo sul piano storico-epistemologico, ma dobbiamo impiegare contemporaneamente *anche* gli strumenti della ricerca psicopedagogica e didattica. È questo il punto chiave su cui occorre riflettere» (Arzarello, Robutti, 2002). L'insegnante non può quindi ignorare il *senso* che ha lo sviluppo della matematica: non potrebbe altrimenti compiere quell'atto creativo che è la *trasposizione didattica*; egli *deve* trasformare la matematica (il sapere matematico elaborato dall'accademia) in un sapere adatto agli allievi affidati alle sue cure, trasformando il Sapere in un "sapere da insegnare" (D'Amore, 1999a).

È quindi importante insegnare per nuclei fondanti, creando una «rete concettuale, strategica e logica, fine e intelligente, non certo ridurre le richieste: anzi, la scelta del nucleo è un modo per provare la tenuta delle sfide culturali! Ogni concetto è in realtà, come deve essere, il traguardo di un complesso sistema a maglie: d'altra parte, non esistono concetti totalmente isolabili e fanno parte di un concetto reti di relazioni più che singoli "oggetti" concettuali» (D'Amore, 2000).

Vanno quindi scelti quei contenuti che hanno valore strutturante e generativo di conoscenze, con valore formativo esplicito e che rappresentano gli assi portanti dell'intero percorso di formazione e della vita degli allievi come cittadini. La *competenza* rappresenta quindi il fine ultimo, l'obiettivo didattico generale per più contenuti di una data disciplina; tale obiettivo va quindi pianificato collegando tra loro gli argomenti da proporre tramite modelli di processo di studio ricchi e coerenti.

Deve far parte del curriculum proprio questo processo di insegnamento-apprendimento specificamente rivolto a saper vedere matematicamente il mondo.

Appare come un gioco di parole, ma possiamo sintetizzare diversi aspetti menzionati in questo articolo affermando che occorre una grande competenza dell'insegnante per formare allievi competenti.

#### **4. Il transfer**

Oltre ai contenuti (saperi) all'interno della disciplina matematica, occorre saper gestire una loro rielaborazione cosciente e attiva, legata quindi alla motivazione e alla volontà, che ne permettano l'uso e l'interpretazione in situazioni problematiche e la padronanza di collegamenti tra contenuti diversi.

Quando l'allievo osa al di là delle consuetudini della vita d'aula, creando collegamenti tra conoscenze diverse, nasce l'idea del superamento della semplice conoscenza verso la competenza.

Dal punto di vista didattico è importante che gli allievi sappiano perché si usa un certo procedimento e come si pongano in relazione tra loro diverse conoscenze. In effetti, uno dei problemi cognitivi degli allievi nell'affrontare lo studio della matematica, che deriva a volte da *ostacoli didattici*, ossia dalle scelte di contenuti e metodologiche dell'insegnante, è il considerarla come una serie di argomenti sganciati l'uno dall'altro, analizzabili solo localmente, non paragonabili né unificabili (D'Amore, Fandiño Pinilla, Marazzani, Sbaragli, 2008, capitolo 2).

Per poter parlare di competenza occorre che le conoscenze e abilità soggiacenti siano trasferibili in modo da essere utilizzate in diversi contesti e in diversi momenti, in risposta a diverse situazioni e intenzioni. Lo sviluppo delle competenze è quindi legato alla capacità di *transfer* di conoscenze e abilità da parte del soggetto e

dall'intenzionalità di questo passaggio. Tale capacità risulta educabile, per questo occorre anche da questo punto di vista una particolare attenzione didattica.

Spesso, invece, l'insegnante propone semplicemente situazioni di apprendimento *analoghe* tra loro. Riprendendo l'esempio dei problemi riportato in D'Amore (2007), è frequente che le difficoltà degli allievi nel risolverli hanno come conseguenza che l'insegnante decida di proporre problemi analoghi in modo che l'allievo possa riprodurre la soluzione che gli si è insegnata in un caso simile.

In questo caso l'allievo produce una risposta esatta, ma non perché egli abbia compreso la sua necessità matematica o logica a partire dall'enunciato, non perché egli abbia "compreso e risolto il problema", non perché abbia appreso un oggetto matematico, ma semplicemente perché ha stabilito una somiglianza con un altro problema; egli non ha fatto altro che riprodurre una soluzione già fatta da altri per lui. Quel che è peggio, egli è consapevole che questa era la richiesta da parte dell'insegnante. Crederà d'aver compreso la questione matematica in gioco, mentre non ha fatto altro che interpretare un'intenzione didattica espressa esplicitamente dall'insegnante e fornire la risposta attesa. Come sostengono Brousseau e D'Amore (2008): «Egli non ha bisogno di sapere se la sua risposta è adeguata, né perché; basta che essa sia conforme al modello. Egli può così rispondere nell'ambito di un contratto didattico senza comprendere perché la sua soluzione è corretta».<sup>1</sup>

Questo "abuso dell'analogia" che Guy Brousseau ha messo in evidenza fin dagli anni '70, ma sul quale si basano ancora oggi molte azioni didattiche in aula, è una delle forme più correnti di quello che lui stesso definì "effetto Jourdain", uno degli effetti del contratto didattico (D'Amore, Fandiño Pinilla, Marazzani, Sbaragli, 2008).

Quando la risoluzione di problemi si vede in parte sostituita da uno studio di procedure di tali risoluzioni, Brousseau e D'Amore (2008) parlano di uno *scivolamento metadidattico*: «Lo *scivolamento metadidattico* consiste per l'insegnante nello spostare l'oggetto del suo insegnamento da una attività o da una nozione, su uno dei suoi mezzi di controllo». Questo tipo di attività produce all'apparenza situazioni di successo quando si propongono problemi ad hoc, mentre prepara in realtà la strada a fallimenti successivi e a clamorose difficoltà. In questo caso non si può certamente parlare di costruzione di competenza.

Con queste considerazioni non si vuole sminuire il ruolo dell'*analogia* come importante strumento didattico, sono in effetti numerosi gli Autori che trattano esplicitamente dell'importanza dell'analogia nel campo della didattica della matematica. Jacques Hadamard (1865-1963) fa riferimento all'importante ruolo che gioca il *pensiero analogico* durante il processo di scoperta: la nostra mente, anche inconsapevolmente, cerca analogie e costruisce le immagini anche attingendo a esperienze precedenti e immagini già consolidate. Brousseau (2004) stesso, in un articolo su una modellizzazione dell'insegnamento della matematica, afferma: «Il docente deve dunque dissimulare le sue intenzioni con un artificio didattico: scegliere domande le cui risposte possono essere costruite dall'allievo, ricorrere ad analogie, suggerire metodi ecc.». Speranza (1988) sostiene in modo deciso l'importanza dell'analogia dal punto di vista didattico: «Corrispondenze e analogie strutturali, tema che, a sua volta, è la chiave di volta del pensiero matematico-strutturale. A mio avviso il ritrovare analogie è uno dei momenti essenziali del pensiero critico: ritengo che sia utile lasciare che gli allievi si sbizzarriscono a inventare qualche analogia, anche se poi una più attenta critica potrà

---

<sup>1</sup> In questo comportamento rientra anche l'"effetto Topaze" che rappresenta uno degli effetti del contratto didattico (D'Amore, Fandiño Pinilla, 2009b).



farne dimenticare molte fra quelle inventate». Attente riflessioni e un'ampia bibliografia riguardanti l'analogia in situazioni problematiche sono fornite da Lucangeli e Passolunghi (1995). Le due Autrici parlano in modo puntuale del *transfer analogico*, che avviene quando il problema di base e il problema *target* sono analoghi, cioè quando entrambi condividono la stessa struttura risolutiva. Anche Bazzini (1995) concepisce l'analogia come una strategia fondamentale per aiutare gli allievi nella costruzione del sapere, in una continua interazione tra ciò che si sa già e ciò che deve essere acquisito. Per l'Autrice, il pensare per analogia aiuta a codificare e organizzare le nuove conoscenze, a recuperare quelle archiviate in memoria e a creare nuovi schemi concettuali, in linea con il pensiero di Mason (1992), che considera l'analogia uno strumento potente per apprendere in maniera relazionale, ossia connettere "pezzi" di sapere disponendo di sistemi di riferimento atti a strutturare e comprendere campi problematici nuovi, senza rimanere bloccati da una conoscenza "inerte".

Ma allo stesso tempo, Bazzini (1995) sottolinea la necessaria cautela che occorre adottare nel far uso dell'analogia: «Naturalmente, l'uso dell'analogia nell'istruzione non è esente da rischi e non per niente l'analogia viene definita una "lama a doppio taglio". Proprio per questo è necessaria un'analisi attenta delle unità didattiche programmate che permetta all'insegnante di favorire un uso produttivo del ragionamento analogico, prevenendo anche le possibili insidie». [Per un approfondimento di questa trattazione si veda Sbaragli et al. (2008)].

Ritornando al caso dei problemi, Martini (2007) sostiene che nella risoluzione di problemi l'analogia di struttura logica sembra funzionare solo quando se ne informa il soggetto: «La possibilità di trasferimento dipende dal fatto che il soggetto *prenda coscienza* delle sue pratiche e delle similitudini fra le situazioni. (...) Per esempio è controproducente suggerire da parte dell'insegnante il procedimento, è invece assai più produttivo spingere l'allievo a rispondere a pensare alla situazione, suggerire un'analisi, un'analogia, una strategia. (...) La metacognizione o, più propriamente, l'educazione ad un atteggiamento metacognitivo, divengono quindi il mezzo attraverso il quale educare al trasferimento e, dunque, sostenere lo sviluppo delle competenze».

La capacità di trasferimento delle proprie competenze sembra quindi connessa principalmente alle disposizioni interne del soggetto; all'elaborazione di un "intenzione" motivazionale, affettiva e volitiva; alla consapevolezza delle proprie risorse; alle capacità di saper prendere decisioni, di sapersi organizzare, controllare e autoregolare; tutti fattori che oggi sono considerati indispensabili in didattica della matematica.

## **5. Competenza in matematica e competenza matematica**

Poniamo il problema di un ulteriore aspetto che dovrebbe a nostro avviso far parte del bagaglio professionale di un insegnante di matematica di qualsiasi livello. Come abbiamo più volte ribadito, è auspicato da tutti che l'insegnante di matematica mostri come questa disciplina sia presente nella vita quotidiana e non solo nelle aule scolastiche; ma per poter vedere il mondo con gli occhi della matematica noi riteniamo debba esservi una preparazione specifica, opportuna.

Grazie alla distinzione proposta da Fandiño Pinilla (2003) abbiamo imparato a distinguere tra *competenza in matematica* e *competenza matematica*.

Questo è, a nostro avviso, un punto centrale messo ben in evidenza dall'Autrice:

- «la *competenza in matematica* si centra nella disciplina matematica, riconosciuta come scienza costituita, come oggetto proprio, specifico, di conoscenza. L'allievo entra in contatto con saperi specifici, saperi che la società ha inglobato nelle conoscenze riconosciute come base per un dignitoso ingresso nel suo interno; si appropria di una parte di tali saperi, tanto formalmente quanto informalmente. Si riconosce così l'esistenza di un dominio concettuale ed affettivo che media tra l'allievo stesso e la matematica. La competenza è qui vista all'interno dello specifico ambito scolastico» (Fandiño Pinilla, 2003). Ovviamente sarà molto diversa l'esigenza a seconda del livello scolastico di insegnamento. Ma la discussione su questo punto non è indolore e rivela vari atteggiamenti diversi. Questa competenza è individuale; però, se si lavora nel paradigma della dicotomia validazione - socializzazione, si può pensare in una competenza in matematica anche a livello di gruppo classe. Si sono cioè ampiamente sperimentate modalità di costruzione della competenza in matematica basate sulla discussione tra coetanei e non solo sulla trasmissione di sapere dal docente all'allievo. Ma gestire queste modalità didattiche non è facile e richiede addestramento opportuno. Per esempio, uno degli aspetti cruciali è quello specifico relativo all'apprendimento della comunicazione matematica, molto ben messi in evidenza da Radford in vari studi, per esempio in Demers e Radford (2006).

- «la *competenza matematica* si riconosce quando un individuo vede, interpreta e si comporta nel mondo in un senso matematico. L'atteggiamento analitico o sintetico, con il quale alcune persone affrontano situazioni problematiche, è un esempio di questo tipo di competenza. Ci sono buoni risolutori di problemi che possono riconoscere, delimitare e risolvere situazioni problematiche; il che, viceversa, a volte, non è facile da evidenziare in persone che trattano bene, per esempio, algoritmi. Aspetti come il gusto e la valorizzazione della matematica, sono alcuni degli aspetti utili per orientare il raggiungimento della competenza matematica» (Fandiño Pinilla, 2003). Tutto ciò porta di conseguenza una preparazione specifica degli insegnanti che, in prima istanza, dovrebbero imparare, come allievi, a gestire le proprie competenze in matematica in ambiti extra scolastici, per mettere alla prova sé stessi prima ancora che effettuare prove con i propri studenti.

Come afferma Fandiño Pinilla (2003): «Sia nella competenza in matematica come nella competenza matematica, si evidenziano dunque tre aspetti:

- il cognitivo: conoscenza della disciplina;
- l'affettivo: disposizione, volontà, desiderio di rispondere ad una sollecitazione esterna o interna;
- la tendenza di azione: persistenza, continuità, sollecitudine».

## **6. Brevi conclusioni**

La competenza, per come è stata intesa in questo articolo, rappresenta un lungo processo che accompagna tutto l'iter scolastico degli allievi in continuità tra i diversi ordini e non un obiettivo momentaneo da voler raggiungere in uno o più periodi lungo il corso dell'anno scolastico.

In particolare, i numerosi aspetti che entrano in gioco quando si parla di competenza nell'ambito della matematica ne evidenziano la complessità della quale l'insegnante professionista deve tener conto per progettare un curriculum e la relativa valutazione finalizzate ad un apprendimento consapevole e duraturo per i propri allievi.

L'apprendimento della matematica diventa significativo, ricco, stabile e coerente solo grazie a molteplici sfaccettature che richiedono un complesso lavoro articolato da parte dei docenti.

Ci auguriamo che le diverse letture della competenza proposte in questo articolo possano fornire un utile strumento per l'insegnante per affrontare questa sfida, riflettendo sulla propria trasposizione didattica e rivedendo criticamente le situazioni d'aula. Questo, in fondo, è lo scopo di tutta la ricerca in didattica della matematica.

## Bibliografia

- Arzarello F., Robutti O. (2002). *Matematica*. Brescia: La Scuola.
- Bazzini L. (1995). Il pensiero analogico nell'apprendimento della matematica: considerazioni teoriche e didattiche. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*. 2, 107-129.
- Brousseau G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*. 7, 2, 33-115.
- Brousseau G. (2004). Una modellizzazione dell'insegnamento della matematica. *Bollettino dei docenti di matematica*. 49, 11-32.
- Brousseau G., D'Amore B. (2008). I tentativi di trasformare analisi di carattere meta in attività didattica. Dall'empirico al didattico. In: D'Amore B., Sbaragli F. (eds.) (2008). *Didattica della matematica e azioni d'aula*. Atti del XXII Convegno Nazionale: Incontri con la matematica. Castel San Pietro Terme, 7-8-9 novembre 2008. Bologna: Pitagora. 3-14.
- Chevallard Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche antopologique. *Recherches en didactiques des mathématiques*. 12, 1, 73-112.
- D'Amore B. (1999a). *Elementi di didattica della matematica*. Bologna: Pitagora.
- D'Amore B. (1999b). Scolarizzazione del sapere e delle relazioni: effetti sull'apprendimento della matematica. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*. 22A, 3, 247-276.
- D'Amore (2000). Lingua, matematica e didattica. *La matematica e la sua didattica*. 1, 28-47.
- D'Amore B. (2003a). *Le basi filosofiche, pedagogiche, epistemologiche e concettuali della Didattica della matematica*. Bologna: Pitagora.
- D'Amore B. (2003b). *Problemi di matematica nella scuola primaria*. Bologna: Pitagora.
- D'Amore B. (2007). Epistemologia, didattica della matematica e pratiche d'insegnamento. *La matematica e la sua didattica*. 3, 347-369.
- D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I. (2009a). La formazione degli insegnanti di matematica, problema pedagogico, didattico e culturale. *La matematica e la sua didattica*. 23, 3, 261-298.
- D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I. (2009b). L'effetto *Topaze*. Analisi delle radici ed esempi concreti di una idea alla base delle riflessioni sulla didattica della matematica. *La matematica e la sua didattica*. 23, 1, 35-59.
- D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I., Marazzani I., Sbaragli S. (2008). *La didattica e le difficoltà in matematica*. Trento: Erickson.

- D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I., Marazzani I., Santi G., Sbaragli S. (2009). Il ruolo dell'epistemologia dell'insegnante nelle pratiche d'insegnamento. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*. 32B, 2, 171-192.
- D'Amore B., Godino D.J., Arrigo G., Fandiño Pinilla M.I. (2003). *Competenze in matematica*. Bologna: Pitagora.
- Fandiño Pinilla M.I. (2002). *Curricolo e valutazione in matematica*. Bologna: Pitagora.
- Fandiño Pinilla M.I. (2003). "Diventare competente", una sfida con radici antropologiche. In: D'Amore B., Godino D.J., Arrigo G., Fandiño Pinilla M.I. (2003). *Competenze in matematica*. Bologna: Pitagora.
- Fandiño Pinilla M.I. (2008). *Molteplici aspetti dell'apprendimento della matematica*. Trento: Erickson.
- Lucangeli D., Passolunghi M.C. (1995). *Psicologia dell'apprendimento matematico*. Torino: UTET.
- Martini B. (2007). Riflessioni critiche sul concetto di competenza. *Pedagogia più didattica*. 0, 101-106.
- Mason L. (1992). *Reti di somiglianze*. Milano: Franco Angeli.
- Pellerey M. (2003). *Le competenze individuali e il portfolio*. Firenze: La Nuova Italia.
- Pellerey M. (2006). *Dirigere il proprio apprendimento*. Brescia: La Scuola.
- Radford L., Demers S. (2006). *Comunicazione e apprendimento*. Bologna: Pitagora.
- Sarrazy B. (1995). Le contrat didactique. *Revue française de pédagogie*. 112, 85-118. [Trad. it.: *La matematica e la sua didattica*. 1998. 2, 132-175].
- Sbaragli S., Cottino L., Gualandi C., Nobis G., Adriana Ponti A., Ricci M. (2008). *L'analogia, aspetti concettuali e didattici. Un'esperienza in ambito geometrico*. Roma: Armando Armando.
- Speranza F. (1988). Salviamo la geometria! *La matematica e la sua didattica*. 2, 3, 6-13.